

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianta 7**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**PRIMO QUESITO**

**(30 puncti)**

- 5p** 1. Determinate la somma dei primi tre termini della progressione aritmetica  $(a_n)_{n \geq 1}$ , se  $a_1 = 2$  e la ragione  $r = 2$ .
- 5p** 2. Determinate le ascisse dei punti di intersezione del grafico della funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 10x + 9$  con l'asse  $Ox$ .
- 5p** 3. Risolvete nell'insieme dei numeri reali l'equazione  $5^{x+1} - 3 \cdot 5^x = 2$ .
- 5p** 4. Calcolate la probabilit  che, scegliendo un numero  $x$  dall'insieme  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , esso sia soluzione dell'equazione  $x^2 - 4x + 4 = 0$ .
- 5p** 5. Determinate la lunghez za del vettore  $\overline{AB} + \overline{AC}$ , noto che il triangolo  $ABC$    equilatero ed  $AB = 2$ .
- 5p** 6. Dimostrate che  $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$ , per qualunque numero reale  $x$ .

**SECONDO QUESITO**

**(30 puncti)**

1. Si considera la matrice  $A(a) = \begin{pmatrix} 1+4a & -6a \\ 2a & 1-3a \end{pmatrix}$ , con  $a$  numero reale.
- 5p** a) Dimostrate che  $\det(A(1)) = 2$ .
- 5p** b) Dimostrate che  $A(a)A(b) = A(a+b+ab)$ , per qualunque numeri reali  $a$  e  $b$ .
- 5p** c) Determinate le coppie di numeri naturali  $m$  ed  $n$  per le quali  $A(m)A(n) = A(2)$ .
2. Nell'insieme dei numeri reali   definita la legge di composizione associativa  $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ .
- 5p** a) Dimostrate che  $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$ , per qualunque numeri reali  $x$  ed  $y$ .
- 5p** b) Determinate i valori reali di  $x$  per i quali  $x \circ x \leq 9$ .
- 5p** c) Calcolate  $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2019^n$ , per qualunque numero naturale  $n$  diverso da zero.

**TERZO QUESITO**

**(30 puncti)**

1. Si considera la funzione  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \ln x^e$ .
- 5p** a) Dimostrate che  $f'(x) = \frac{x-e}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinate l'ascissa del punto del grafico della funzione  $f$ , in cui la tangente al grafico della funzione  $f$    parallela all'asse  $Ox$ .
- 5p** c) Dimostrate che l'equazione  $e^x = x^e$  ha solamente una soluzione nell'intervallo  $(0, +\infty)$ .
2. Si considera la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)(x+1)e^x$ .
- 5p** a) Dimostrate che  $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x} dx = 6$ .
- 5p** b) Determinate l'area della superficie piana limitata dal grafico della funzione  $f$ , l'asse  $Ox$  e le rette di equazioni  $x=1$  ed  $x=2$ .
- 5p** c) Determinate il numero reale  $a$ ,  $a > 2$ , noto che  $\int_2^a \frac{2xe^x}{f(x)} dx = 3 \ln 2$ .