

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- | | |
|----|--|
| 5р | 1. Визначте суму перших трьох членів арифметичної прогресії $(a_n)_{n \geq 1}$, якщо $a_1 = 2$ і $r = 2$. |
| 5р | 2. Знайдіть абсциси точок перетину графіка функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 10x + 9$ з вісью Ox . |
| 5р | 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння $5^{x+1} - 3 \cdot 5^x = 2$. |
| 5р | 4. Обчисліть ймовірність того, що вибираюче число x з множини $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, воно буде коренем рівняння $x^2 - 4x + 4 = 0$. |
| 5р | 5. Обчисліть довжину вектора $\overline{AB} + \overline{AC}$ знаючи, що трикутник ABC рівносторонній і $AB = 2$. |
| 5р | 6. Докажіть, що $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$ для будь-якого дійсного числа x . |

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

- | | |
|----|---|
| | 1. Розглядають матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} 1+4a & -6a \\ 2a & 1-3a \end{pmatrix}$, де a - дійсне число. |
| 5р | а) Докажіть, що $\det(A(1)) = 2$. |
| 5р | б) Докажіть, що $A(a)A(b) = A(a+b+ab)$, для будь-яких дійсних чисел a і b . |
| 5р | в) Визначте пару натуральних чисел m і n для яких $A(m)A(n) = A(2)$. |
| | 2. На множині дійсних чисел задають асоціативний закон композиції $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$. |
| 5р | а) Докажіть, що $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$, для будь-яких дійсних чисел x і y . |
| 5р | б) Знайдіть дійсні значення x , для яких $x \circ x \leq 9$. |
| 5р | в) Обчисліть $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2019^n$, для будь-якого ненульово натурального числа n . |

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

- | | |
|----|--|
| | 1. Розглядають функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x^e$. |
| 5р | а) Докажіть, що $f'(x) = \frac{x-e}{x}$, $x \in (0, +\infty)$. |
| 5р | б) Знайдіть абсцису точки, яка розміщена на графіку функції f , у якій дотична до графіка функції f є паралельною до вісі Ox . |
| 5р | в) Докажіть, що рівняння $e^x = x^e$ має точно один розв'язок у $(0, +\infty)$. |
| | 2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x+1)e^x$. |
| 5р | а) Докажіть, що $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x} dx = 6$. |
| 5р | б) Обчисліть площу поверхні відокремленої графіком функції f , вісью Ox і прямими, заданими рівняннями $x=1$ і $x=2$. |
| 5р | в) Знайдіть дійсне число a , $a > 2$ знаючи, що $\int_2^a \frac{2xe^x}{f(x)} dx = 3 \ln 2$. |