Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba DNL
Matematică
secţii bilingve francofone
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 4

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

PREMIER SUJET **(30 points)**

	1ère partie : QCM (20 points)	
1.	***C***	**5p**
2.	***A***	**5p**
3.	***B***	**5p**
4.	***D***	**5p**
	2ème partie : questions de cours (10 points)	
5.	Il y a 25 valeurs, effectif impair, donc la médiane est la valeur de la série située à la $\frac{25+1^e}{2}=13^e$ place	**3p**
	On range les 13 premières valeurs de la série en ordre croissant et on obtient $Me=5$	**2p**
6.	Si on ajoute la réponse de l'élève, on obtient 26 données et la médiane sera alors la moyenne des valeurs 13^e et 14^e	**2p**
	Quelle que soit la réponse de cet élève parmi : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9, les valeurs 13^e et 14^e sont 5 et la médiane reste 5	**3p**

DEUXIÈME SUJET **(60 points)**

1.a)	$a_1=\frac{1}{3}(2\cdot 9+3)=$	**3p**
	$=7$	**2p**
b)	$s_{n+1}=a_{n+1}+b_{n+1}=\frac{1}{3}(2a_n+b_n)+\frac{1}{3}(a_n+2b_n)=\frac{1}{3}(3a_n+3b_n)=a_n+b_n=s_n$, pour tout n entier naturel	**3p**
	Donc $s_n=s_0=a_0+b_0=12$, pour tout n entier naturel	**2p**
c)	Pour tout n entier naturel, on a $d_{n+1}=a_{n+1}-b_{n+1}=\frac{1}{3}(2a_n+b_n-a_n-2b_n)=$	**2p**
	$=\frac{1}{3}(a_n-b_n)=\frac{1}{3}d_n$, donc la suite (d_n) est géométrique de raison $\frac{1}{3}$	**3p**
d)	$d_0=a_0-b_0=6$, donc $d_n=d_0\cdot q^n=\frac{6}{3^n}$, pour tout n entier naturel	**2p**
	$d_n<\frac{2}{243}\Leftrightarrow\frac{6}{3^n}<\frac{2}{3^5}\Leftrightarrow n>6$; alors le plus petit n entier naturel tel que $d_n<\frac{2}{243}$ est 7	**3p**
e)	$a_n+b_n=12$ et $a_n-b_n=\frac{6}{3^n}$, pour tout n entier naturel	**2p**
	$2a_n=12+\frac{6}{3^n}\Rightarrow a_n=6+\frac{1}{3^{n-1}}$, pour tout n entier naturel	**3p**
f)	$a_0+a_1+\ldots+a_n=\left(6+\frac{1}{3^{-1}}\right)+\left(6+\frac{1}{3^0}\right)+\left(6+\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(6+\frac{1}{3^{n-1}}\right)=$	**2p**
	$=6(n+1)+\left(\frac{1}{3^{-1}}+\frac{1}{3^0}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{3^{n-1}}\right)=6(n+1)+\frac{3^{n+1}-1}{2\cdot 3^{n-1}}$, pour tout n entier naturel	**3p**

2.a)	$z=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}{1+i}=\dfrac{\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=$	**2p**
	$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{4}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}i$	**3p**
b)	$z_1=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$ et $z_2=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	**2p**
	On obtient $z=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$	**3p**
c)	En utilisant **a)** et **b)**, on déduit que $\frac{\sqrt{3}+1}{4}+\frac{\sqrt{3}-1}{4}i=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$	**2p**
	On obtient $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	**3p**
d)	$OA=\lvert z_A\rvert=1$, $OB=\lvert z_B\rvert=1$ et $OC=\lvert z_C\rvert=1$	**3p**
	Donc $OA=OB=OC$, ce qui prouve que les points A, B et C sont situés sur le même cercle de centre O	**2p**
e)	$\lvert AB\rvert=\lvert z_B-z_A\rvert=\sqrt{3}$, $\lvert BC\rvert=\lvert z_C-z_B\rvert=\sqrt{3}$, $\lvert AC\rvert=\lvert z_C-z_A\rvert=\sqrt{3}$	**3p**
	On obtient alors $AB=BC=CA$; par conséquent, le triangle ABC est équilatéral	**2p**
f)	M appartient au cercle de centre O et de rayon 1, donc $\lvert z\rvert=1$; pour $z=x+yi$, $x, y\in\mathbb{R}$, on a $\lvert z\rvert=1\Rightarrow x^2+y^2=1$	**1p**
	$\lvert z\rvert=\lvert z-1\rvert\Rightarrow\lvert z-1\rvert=1\Rightarrow(x-1)^2+y^2=1$	**1p**
	$x=\frac{1}{2}$ et $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, donc $z=z_B$ ou $z=z_C$; finalement $M=B$ ou $M=C$	**3p**