

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT
24 iulie 2019

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianța 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

I. FELADATSOR

(60 punct)

1. Legyenek x_1 és x_2 az $x^2 - mx + 1 = 0$ egyenlet megoldásai, m pedig valós szám.
- 7p a) Határozza meg az m valós számokat úgy, hogy $x_1 = x_2$.
- 8p b) Határozza meg az m valós számokat, amelyekre az $x_1 + x_2$, $x_1^2 + x_2^2$ és $x_1^3 + x_2^3$ számok, ebben a sorrendben, egy számtani haladvány tagjai!
2. Adott az $ABCD$ paralelogramma, amelyben az ABD háromszög hegyesszögű. Legyen H az ABD háromszög ortocentruma, $BP \perp AD$, $P \in AD$ és $DQ \perp AB$, $Q \in AB$.
- 7p a) Igazolja, hogy a DHB és DAB szögek kiegészítő szögek!
- 8p b) A (HB) félegyenesen felvesszük az E pontot úgy, hogy $HE = BC$ és a (HD) félegyenesen az F pontot úgy, hogy $HF = AB$. Az AC és EF egyenesek az M pontban metszik egymást. Igazolja, hogy az $AQMF$ négyszög körbeírható!
3. Az egész számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 3xy + 4x + 4y + 4$ asszociatív műveletet, amelynek van semleges eleme.
- 7p a) Igazolja, hogy $e = -1$ a „ \circ ” művelet semleges eleme!
- 8p b) Bizonyítsa be, hogy a -1 a „ \circ ” művelet egyetlen szimmetrizálható eleme!
4. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ függvény.
- 7p a) Igazolja, hogy az f függvény csökkenő a $(0, +\infty)$ intervallumon!
- 8p b) Igazolja, hogy $\int_1^e \left(f(x) + \frac{\ln x}{x+1} \right) dx = \ln(e+1)$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

Az alábbi táblázat a IX. osztályos (heti 4 órás) matematika tanterv egy részletét tartalmazza.

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none">1. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică2. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea3. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)4. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații6. Utilizarea funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese	<p>Funcția de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none">• Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Dolgozzon ki 3 itemet: *egy feleletválasztós itemet, egy kiegészítő itemet és egy strukturált kérdés itemet*, amelyekkel a fentiek közül három specifikus kompetencia kialakulását/fejlődését méri, megjelölve minden esetben a mért kompetenciát/ kompetenciákat!

Megjegyzés. Minden kidolgozott item esetén pontozódik a specifikus kompetencia/ kompetenciák megjelölése, az item formátumának betartása, a várt válasz részletes kidolgozása és helyessége (a javítókulcs) valamint a tudományos tartalom helyessége.