

**EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT**

**24 iulie 2019**

**Probă scrisă  
MATEMATICĂ**

**Model**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(60 de puncte)**

<b>1.</b>	<b>a)</b> $A(2, -4) \in G_f \Leftrightarrow f(2) = -4$	<b>2p</b>
	$f(2) = 4 - 4m + m^2 - 4 = m^2 - 4m$	<b>2p</b>
	$m^2 - 4m = -4$ , deci $m = 2$	<b>3p</b>
<b>2.</b>	<b>b)</b> $\Delta = 4m^2 - 4m^2 + 16 = 16 > 0$ , deci ecuația $f(x) = 0$ are două soluții reale $x_1$ și $x_2$ , pentru orice număr real $m$	<b>2p</b>
	$x_1 + x_2 = 2m$ , $x_1 x_2 = m^2 - 4$ , deci $ x_1 x_2 - 2x_1 - 2x_2  =  m^2 - 4m - 4 $	<b>3p</b>
	$ m^2 - 4m - 4  = m \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = -m$ sau $m^2 - 4m - 4 = m$ și, cum $m \geq 0$ , obținem $m = 4$	<b>3p</b>
	sau $m = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$	
<b>3.</b>	<b>a)</b> $AB^2 = 900 \text{ cm}^2 \Rightarrow AB = 30 \text{ cm}$	<b>2p</b>
	$AM = BM = 15\sqrt{5} \text{ cm}$	<b>2p</b>
	$P_{\Delta AMB} = AM + MB + AB = 30(\sqrt{5} + 1) \text{ cm}$	<b>3p</b>
	<b>b)</b> Dacă $N$ este mijlocul laturii $AB$ , atunci segmentul $MN$ este diametru al cercului înscris în pătrat, deci $m(\angle MEN) = m(\angle MFN) = 90^\circ$	<b>2p</b>
	Cum $MN \perp AB$ și $MN = 30 \text{ cm}$ , obținem $ME = MF = \frac{30^2}{15\sqrt{5}} = 12\sqrt{5} \text{ cm}$	<b>3p</b>
	$\frac{ME}{MA} = \frac{MF}{MB} \Rightarrow EF \parallel AB$ și $\frac{EF}{AB} = \frac{12\sqrt{5}}{15\sqrt{5}}$ , deci $EF = 24 \text{ cm}$	<b>3p</b>
<b>3.</b>	<b>a)</b> $(x * y) * z = \left( \log_2(2^x + 2^y) \right) * z = \log_2 \left( 2^{\log_2(2^x + 2^y)} + 2^z \right) = \log_2(2^x + 2^y + 2^z)$ , pentru orice numere reale $x$ , $y$ și $z$	<b>3p</b>
	$x * (y * z) = x * \left( \log_2(2^y + 2^z) \right) = \log_2 \left( 2^x + 2^{\log_2(2^y + 2^z)} \right) = \log_2(2^x + 2^y + 2^z) = (x * y) * z$ , pentru orice numere reale $x$ , $y$ și $z$ , deci legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă	<b>4p</b>
	<b>b)</b> $x * x = \log_2(2 \cdot 2^x)$ , pentru orice număr real $x$	<b>2p</b>
	$\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 1024 \text{ ori}} = \log_2(1024 \cdot 2^x) = \log_2(2^{10} \cdot 2^x) = \log_2(2^{10+x}) = 10 + x$ , pentru orice număr real $x$	<b>3p</b>
	$10 + x = x^2 + 6x + 14 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0$ , deci $x = -4$ sau $x = -1$	<b>3p</b>

<b>4.</b>	<b>a)</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \operatorname{arctg} x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2 + \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right) =$	<b>2p</b>
	$= 2$ , deoarece $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 0$	<b>2p</b>
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2}$ , deci dreapta de ecuație $y = 2x - \frac{\pi}{2}$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției $f$	<b>3p</b>
	<b>b)</b> $\mathcal{A} = \int_0^1  g(x)  dx = \int_0^1 (2x^2 + x \operatorname{arctg} x) dx = \frac{2x^3}{3} \Big _0^1 + \int_0^1 \left( \frac{x^2 + 1}{2} \right)' \operatorname{arctg} x dx =$	<b>3p</b>
	$= \frac{2}{3} + \frac{x^2 + 1}{2} \operatorname{arctg} x \Big _0^1 - \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{2} \cdot \frac{1}{x^2 + 1} dx = \frac{2}{3} + \operatorname{arctg} 1 - \int_0^1 \frac{1}{2} dx =$	<b>3p</b>
	$= \frac{2}{3} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} x \Big _0^1 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3\pi + 2}{12}$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<i>Itemul de tip completare elaborat</i>	
Corectitudinea formatului itemului	<b>3p</b>
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	<b>3p</b>
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	<b>4p</b>
<i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat</i>	
Corectitudinea formatului itemului	<b>3p</b>
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare), inclusiv alegerea adecvată a distractorilor	<b>3p</b>
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	<b>4p</b>
<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat</i>	
Corectitudinea formatului itemului	<b>3p</b>
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	<b>3p</b>
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	<b>4p</b>